[21-BA 228/21-BS 232]

AT THE END OF SECOND SEMESTER (CBCS PATTERN)

MATHEMATICS – II – THREE DIMENSIONAL ANALYTICAL SOLID GEOMETRY

(COMMON FOR B.A., B.Sc)

UG PROGRAM (4 YEARS HONORS)

(*w.e.f. Admitted batch 2020-21*)

Time: 3 Hours | Max. Marks: 75

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 5 marks.

1. Find the equation of the plane through the point $(-1,3,2)$ and perpendicular to the planes $x+2y+2z=5$ and $3x+3y+2z=8$.

   $(-1,3,2)$ బిందువు గుండా పోతూ $x+2y+2z=5$ మరియు $3x+3y+2z=8$ తలాలకు లంబంగా ఉన్న తలం సమీకరణము కనుగొనుము.

2. Find the angle between the planes $2x-y+z=6$, $x+y+2z=7$.

   $2x-y+z=6$, $x+y+2z=7$ తలాల మధ్య కోణం కనుక్కోండి.

3. Find the Symmetric form of equations of the line $2x+2y-z-6=0=2x+3y-z-8$.

   $2x+2y-z-6=0=2x+3y-z-8$ రేఖా సమీకరణాలకు సౌష్టవ రూపము కనుక్కోండి.

4. Find the equation of the plane which contains the lines $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ and is perpendicular to the plane $x+2y+z=12$.

   $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{4}$ అనే సరళ రేఖను కలిగి ఉండి $x+2y+z=12$ అనే తలమునకు లంబంగా ఉండే సమీకరణమును కనుక్కోండి.

5. If r_1, r_2 are radii of two orthogonal spheres, then show that the radius of circle of their intersection is $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}$.

   రెండు లంబగోళాల వ్యాసార్థాలు వరుసగా r_1, r_2 లు అయిన వాటి ఖండన వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థం $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}$ అని చూపండి.

6. Find the equation of the spheres passing through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 4, z = 0$ and is intersected by the plane $x + 2y + 2z = 0$ in a circle of radius 3.

$x^2 + y^2 + z^2 = 4, z = 0$ గల వృత్తము గుండాపోయే మరియు $x + 2y + 2z = 0$ తలంచే ఖండింపబడి 3 వ్యాసార్థముగా గల వృత్తములో గుండా పోయే గోళ సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

7. Find the equation to the cone which passes through the three coordinate axes and the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ and $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.

నిరూపకాక్షాల గుండా పోతూ $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ మరియు $\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ జనక రేఖలు గల శంఖు సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

8. Prove that that cone $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ and $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ are reciprocal.

$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ అను శంఖువు యొక్క విలోమ శంఖువు $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ అని నిరూపించండి.

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL the questions.

Each question carries 10 marks.

9. (a) A variable plane is at a constant distance $3P$ from the origin and meets the coordinate axes in A, B, C. Show that the locus of the centroid of the ΔABC is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}$.

ఒక చరతలము మూల బిందువు నుంచి ఎల్లప్పుడు $3P$ దూరములో ఉంటూ నిరూపకాక్షలను A, B, C ల వద్ద ఖండించుచున్నది. ΔABC యొక్క కేంద్రా భాసము యొక్క బిందు పథము $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}$ అని చూపండి.

Or

(b) Show that $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 12yz - 6zx + 4xy + 5x + 10y - 15z + 6 = 0$ represents a pair of parallel planes and find the distance between them.

$x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 12yz - 6zx + 4xy + 5x + 10y - 15z + 6 = 0$ సమీకరణం రెండు సమాంతర తలాలను సూచిస్తుందని చూపండి. మరియు వాని మధ్య లంబదూరాన్ని కనుక్కోండి.

10. (a) Show that the lines $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}, \frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ are coplanar. Also find their point of intersection and the plane containing the lines.

$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}, \frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ రేఖలు సతతీయాలని చూపండి. ఇంకా వాని వ్యతిచ్ఛేదక బిందువు కనుక్కోండి మరియు వాటి గుండా పోయే తలమును కనుక్కోండి.

Or

(b) Find the shortest distance and the equations of S.D. between the lines $\frac{x-3}{3}=\frac{y-8}{-1}=\frac{z-3}{1}; \frac{x+3}{-3}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-6}{4}$.

$\frac{x-3}{3}=\frac{y-8}{-1}=\frac{z-3}{1}; \frac{x+3}{-3}=\frac{y+7}{2}=\frac{z-6}{4}$ అను రేఖల మధ్య అత్యల్ప దూరాన్ని మరియు అత్యల్ప దూర రేఖ సమీకరణాలను కనుక్కోండి.

11. (a) Show that the two circles $x^2+y^2+z^2-y+2z=0, x-y+z-2=0$; $x^2+y^2+z^2+x-3y+z-5=0, 2x-y+4z-1=0$ lie on the same Sphere and find its equation.

$x^2+y^2+z^2-y+2z=0, x-y+z-2=0; x^2+y^2+z^2+x-3y+z-5=0,$ $2x-y+4z-1=0$ అనే రెండు వృత్తాలు ఒకే గోళముపై ఉంటాయని చూపి దాని సమీకరణము కనుక్కోండి.

Or

(b) Find the equations of the sphere through the circle $x^2+y^2+z^2=1$, $2x+4y+5z=6$ and touching the plane $z=0$.

$x^2+y^2+z^2=1, 2x+4y+5z=6$ అనే వృత్తం గుండా పోతూ మరియు $z=0$ తలాన్ని స్పృశించే గోళాల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

12. (a) Find the limiting points of the coaxial system of spheres $x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+6=0, x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+6=0$.

$x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z+6=0, \quad x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z+6=0$ గోళాలతో సహతల గోళసరణికి అవధి బిందువులు కనుక్కోండి.

Or

(b) Find the equation of the cone with vertex $(5,4,3)$ and $3x^2+2y^2=6, y+z=0$ as base.

$(5,4,3)$ శీర్షం గానూ $3x^2+2y^2=6, y+z=0$ అనేది భూవక్రంగానూ గల శంఖువు యొక్క సమీకరణం కనుక్కోండి.

13. (a) Find the vertex of the cone

$x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4xy + 5yz - 6zx + 8x - 19y - 2z - 20 = 0$.

$x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4xy + 5yz - 6zx + 8x - 19y - 2z - 20 = 0$ అనే శంఖువునకు శీర్షం కనుక్కోండి.

Or

(b) Prove that the equation $\sqrt{fx} \pm \sqrt{gy} \pm \sqrt{hz} = 0$ represents a cone that touches the coordinate planes and find its reciprocal cone.

$\sqrt{fx} \pm \sqrt{gy} \pm \sqrt{hz} = 0$ సూచించే శంఖువు నిరూపక తలాలను స్పర్శిస్తుందని చూపి, దీని విలోమ శంఖు సమీకరణం కనుక్కోండి.